Dinamizar el estudio de las matemáticas en la enseñanza secundaria
Proyecto (CD)AMPERES[1] – Francia
Elementos y aplicaciones en nuestro sistema educativo

Andrea Araya
Universidad de Costa Rica
andrea.arayachacon@ucr.ac.cr

Resumen

Esta comunicación tiene como objetivo describir el proyecto AMPÈRES desarrollado en Francia desde 2005; cuyo fin es el diseño de *actividades y recorridos de estudio e investigación* que reconstruyan las razones de ser de los contenidos matemáticos enseñados en secundaria. Así, brevemente presentamos los antecedentes del proyecto y algunas referencias teóricas que enmarcan sus análisis didácticos. En un segundo momento esbozamos una de las contribuciones creadas por AMPÈRES que consideramos adaptables a nuestras clases de matemáticas. Finalmente, nos referimos a algunos esfuerzos realizados en un colegio en Moravia en vías de proponer *actividades de estudio e investigación* en matemáticas.

Palabras clave: Actividades de Estudio e Investigación, Recorridos de Estudio e Investigación Teoría Antropológica de lo Didáctico, estrategias de enseñanza, didáctica de la matemática.

1. INTRODUCCIÓN

Numerosos especialistas de la enseñanza de las matemáticas en Francia (asesores, docentes, didácticas, etc.) han constatado el carácter urgente con el que debe trabajarse en dar sentido a las matemáticas que se enseñan en secundaria (AMPÈRES, 2007; Matheron y Noirfalise, 2007). Para este fin, y con el apoyo del Instituto Nacional de Investigación en Pedagogía (INRP), varios grupos de investigación en didáctica de la matemática han convergido en la elaboración, discusión, validación y difusión de actividades orientadas por la teoría didáctica que permitan reconstruir experiencias de indagación matemática en las aulas.

Esta ponencia tiene como objetivos presentar el marco general del proyecto AMPÈRES, ilustrando sus aportes con la descripción de una de sus actividades diseñadas que, a criterio personal como docente de secundaria, se muestra factible de ser reproducida en nuestro sistema educativo. En este mismo sentido, y cerrando la exposición, nos referimos a experiencias que, aún si no se enmarcan como típicas de los aportes del proyecto, representan esfuerzos iniciales que se han llevado a cabo en un colegio en Moravia, procurando acercar a los estudiantes a *actividades de estudio e investigación*.

---

[1] **C**oncepción y **D**ifusión de **A**ctividades **M**atemáticas y de **R**ecorridos de **Es**tudio y de **I**nvestigación en la **E**nseñanza de **S**ecundaria. Sus siglas en francés: Conception et Diffusion d'Activités Mathématiques et de Parcours d'Etude et de Recherche dans l'Enseignement Secondaire (AMPERES).

2. ANTECEDENTES DEL PROYECTO AMPÈRES

Desde setiembre 1999 a junio 2002 una investigación colaborativa con distintos equipos[2] de investigación en Francia tuvo como objetivo utilizar herramientas de las teorías en didáctica de las matemáticas con el fin de observar y analizar las prácticas docentes en clases ordinarias francesas. De dicho trabajo, entre otros aspectos, se concluyó que las razones de ser del estudio de uno u otro objeto matemático no están suficientemente manifiestas como para impregnar de dinamismo los procesos de enseñanza. Además, condiciones propias del sistema educativo (horarios, libros de texto, etc.) contribuían al establecimiento de dinámicas más tradicionales y magistrales.

En consecuencia, la comisión Inter-IREM en el 2005, reagrupó a los equipos participantes en el estudio para diseñar un plan de trabajo sobre prácticas docentes que favorezcan la reaparición de las *preguntas fundadoras* del estudio matemático, además de estudiar la viabilidad – en las condiciones reales que establece el sistema –de las estrategias diseñadas.

CDAMPERES

— Dernière modification 17/06/2010 08:32

Conception et Diffusion d'Activités Mathématiques et de Parcours d'Etude et de Recherche dans l'Enseignement Secondaire (AMPERES). Vous trouverez ici des ressources pour le professeur de mathématiques, au Collège et au Lycée, produites par une équipe de plusieurs IREM avec le soutien de l'INRP.

Entrée dans les ressources

Sur le bandeau de gauche, sous CDAmpères, vous pouvez cliquer sur une des rubriques suivantes qui s'affichera et vous donnera accès à des ressources pour la classe. Ce site est encore en construction et est complété selon l'avancée des travaux menés par les équipes Ampères.

Textes fondateurs : articles exposant les méthodes et les principes du travail des équipes CDAmpères

Equipes : présentation des membres des équipes de CDAmpères.

Domaines : accès à des ressources selon les domaines mathématiques définissant les programmes : nombres et calculs, géométrie, organisation et gestion de données, fonctions, ...

Niveaux scolaires : accès à des ressources selon le niveau de classes.

Questions génératrices d'études : accès à des ressources à partir de quelques grandes questions pouvant initier des parcours d'étude et de recherche.

AER et PER chez nos voisins européens : des textes, des diaporamas présentant réflexions théoriques, travaux chez nos voisins européens, belges et espagnoles (textes en français) et italiens (renvoi sur un site en italien)

Journées Ampères Lyon 19-20 Mai 2009 : des textes et diaporamas présentés lors du colloque Ampères des 19 et 20 mai 2009 dans les locaux de l'INRP à Lyon.

Journées Ampères Lyon 19-20 Mai 2010 : des textes et diaporamas présentés lors du colloque Ampères des 20 et 21 mai 2010 dans les locaux de l'INRP à Lyon.

Figura 1: Página principal del proyecto AMPÈRES

---

[2] INRP, IREM de Aix-Marseille, Clermont-Ferrand, Dijon, Grenoble, Montpellier, Paris VII y Poitiers (todas las anteriores ciudades francesas). Resaltamos la existencia en Francia y otros países de los IREM: Instituto de Investigación en Enseñanza de la Matemática, cuyo primer proyecto de fundación fue presentado en 1968 por Brousseau, Colmez y Becker. Los primeros IREM inician sus labores en 1970.

En esencia, los equipos de trabajo se han dispuesto a concebir auténticas *Actividades de Estudio e Investigación*[3] (AEI) o *Recorridos de Estudio e Investigación*[4] (REI), según el marco brindado por la Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD), y que esbozaremos en la siguiente sección.

Señalamos además que el proyecto pone a disposición en su sitio WEB[5] y en idioma francés, gran parte de las *actividades* construidas, así como los análisis posteriores a las aplicaciones en clases de secundaria (ver Figura 1).

Finalmente, si bien es cierto que los participantes de AMPÈRES describen su trabajo en términos de REI y AEI (nociones originadas en el seno de la TAD), según la tradición de cada IREM, otras herramientas didácticas propias de la Teoría de Situaciones Didácticas (Brousseau, 1986) –por ejemplo– son articuladas para la elaboración y análisis de las actividades. Sin embargo, en el siguiente apartado nos referiremos únicamente a ciertos elementos del referente conceptual que proporciona la TAD[6].

3. ORIENTACIONES TEÓRICAS-DIDÁCTICAS DEL PROYECTO

3.1 REI y AEI: elementos descriptores

Chevallard (2004, 2006) introduce por primera vez los dispositivos didácticos denominados *Recorridos de Estudio e Investigación* (REI) y las *Actividades de Estudio e Investigación* (AEI). Estas estrategias de enseñanza nacen con el objetivo principal de

> introducir una nueva epistemología en la escuela cuyo paradigma central viene a reemplazar el *paradigma de "inventariar" los saberes* por un *paradigma de cuestionamiento del mundo* con el que se dé sentido y funcionalidad al estudio escolar de las matemáticas en su conjunto (Barquero et. al., 2010, p. 73).

De esta forma, el punto de vista "funcional" pone en primer plano a las parejas (Q, R) promoviendo los saberes en proporción de su utilidad para el estudio de la pregunta Q y la elaboración de respuestas R (Chevallard, 2004). Ahora bien, el paradigma de "inventariar" al cual hace alusión el autor se describe también con la idea de prácticas *monumentalistas*, a través de la metáfora: a la escuela, al igual que a los museos o grandes ciudades, se va a contemplar –apreciar– monumentos u obras sobre las cuales desconocemos su utilidad u origen.

---

[3] Sus siglas en francés: AER, Activités d'Étude et de Recherche.

[4] Sus siglas en francés: PER, Parcours d'Étude et de Recherche.

[5] http://educmath.inrp.fr/Educmath/ressources/documents/cdamperes/

[6] La elección de referirnos a la TAD es por una orientación laboral de la expositora de la ponencia.

Un primer esfuerzo para contrarrestar la visión monumentalista que legitima el rol de espectador por parte de los estudiantes, se ha presentado en términos de las AEI. Según Chevallard, éstos son dispositivos que enlazan un número reducido de interrogantes que buscan la co-construcción de respuestas a problemas. No obstante, estas actividades se presentan, por lo general, muy focalizadas y aisladas (Fonseca et al., 2010). Es justamente esta razón lo que hace resistentes las AEI a una ecología escolar fuertemente monumentalista.

La limitación anterior se solventaría con la concepción de los REI:

> Dispositivos engendrados por una pregunta Q con fuerte poder generador, susceptible de imponer numerosas preguntas derivadas de ella, conduciendo así al encuentro de un amplio número de saberes a enseñar (Chevallard, 2004, p. 7).

En este sentido, una colección de REI durante el año debería "cubrir" todos los temas del plan de estudios, redundando de hecho en ciertos contenidos, dentro o fuera de una misma disciplina. Bajo esta línea, siguiendo la presentación del autor, podríamos considerar REI referentes a las siguientes preguntas: ¿cómo operar con números "grandes"? Por ejemplo, ¿cómo obtener el desarrollo de 123456789^2 si se cuenta sólo con una calculadora de bolsillo? (tenemos $123456789^2 = 232305722798259244150093798251441$, resultado que se obtendría usando la calculadora escribiendo $123456789 = 123\times10^6 + 456\times10^3 + 789$, etc.) ¿Cómo determinar si la recíproca de un teorema es demostrable o por el contrario refutable?, ¿cómo determinar si un triángulo con dos bisectrices congruentes es isósceles?

En general, el carácter abierto de los REI converge hacia un contexto interdisciplinario – o al menos interrelacionando diferentes ramas de una misma disciplina. De esta forma, un REI se refiere a un asunto matemático mixto, donde los objetos matemáticos, en su mayoría, se mezclan con los objetos que se relacionan a otras actividades.

En la siguiente sección consideremos un ejemplo de un REI referente al teorema de Tales y adaptable a nuestro sistema educativo.

3.2 Ejemplo: REI para la enseñanza del teorema de Tales[7]

Retomamos[8] en esta sección un REI diseñado por el IREM de Aix-Marseille para el estudio de del teorema de Tales. Para su presentación seguimos el esbozo sugerido por los autores, describiendo el recorrido por etapas.

---

[7] AMPÈRES (2007, pp. 11 – 19)

Primera etapa

Es necesario que los estudiantes cuenten con papel mantequilla o para calcar, transportador, lápiz y regla. Se sugiere que estén distribuidos en grupos para promover la discusión.

Se formula la siguiente pregunta a la clase: ¿qué obtenemos cuando construimos triángulos estableciendo condiciones sobre sus ángulos?

1. Por ejemplo: ¿qué sucede cuando fijamos un ángulo? Sobre la hoja de papel mantequilla, cada estudiante traza un triángulo con uno de sus ángulos midiendo 43°. Comparen su triángulo con los de sus compañeros de grupo[9], ¿qué podrían decir?, ¿qué observan?

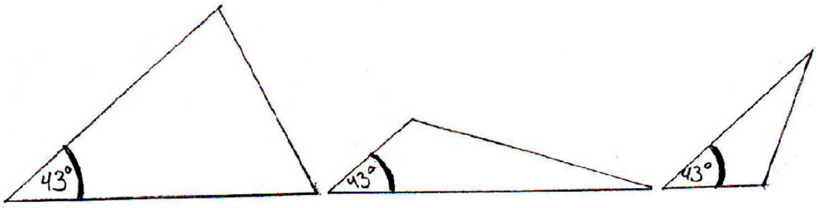


Figura 2: Construcciones esperadas para REI del teorema de Tales caso 1.

2. ¿Qué sucede cuando se fijan dos ángulos? Sobre el mismo papel mantequilla, si así lo desean pueden borrar el triángulo trazado, construya cada uno un ΔABC tal que $m\angle A=43°$ y $m\angle B=115°$. Comparen su triángulo con los de sus compañeros de grupo, ¿qué podrían decir?, ¿qué observan?

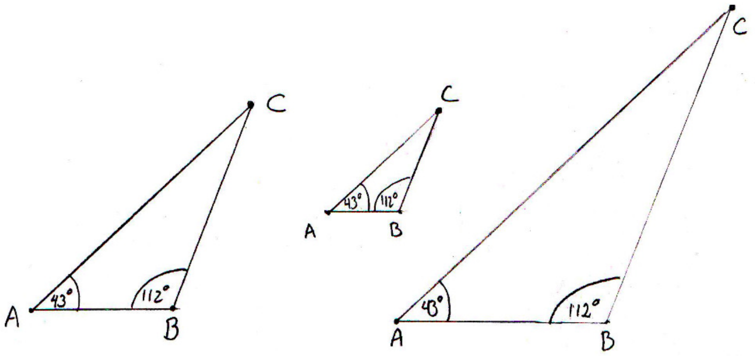


Figura 3: Construcciones esperadas para REI del teorema de Tales caso 2.

---

[8] Ponemos a disposición de los asistentes a la comunicación, la traducción completa del material correspondiente a este REI, que por limitaciones de espacio, será esbozado en este documento.

[9] Se espera que los estudiantes superpongan los triángulos, de manera que sea evidente la comparación.

Rápidamente aparecerá la idea de que dos ángulos dados es como si nos dieran tres, por la propiedad de la suma de los ángulos internos de un triángulo. Además, surgirá la *configuración* del teorema de Tales: triángulos “encajados”. En ese momento se da la definición de triángulos semejantes: si sus ángulos internos son congruentes.

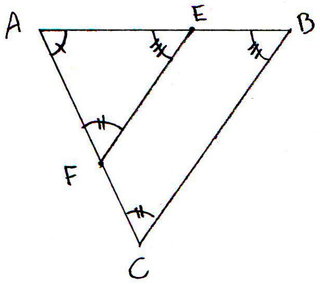


Figura 4: Construcción para tarea 1

Conjetura: cuando se trata de triángulos semejantes, pareciera que si uno los superpone haciendo coincidir un ángulo, el tercer lado de los triángulos son paralelos.

Asignación de tarea: Trace un ΔABC cualquiera y construya ΔAEF semejante a él, de manera que $\overline{AE}$ y $\overline{AB}$ estén contenidos en la misma semirecta, al igual que $\overline{AF}$ y $\overline{AC}$. Compruebe que $\overline{BC} \,||\, \overline{EF}$.

Segunda etapa

Corrección de la tarea: se utiliza la propiedad de dadas una recta y dos secantes *d* y *d’* a ella, si los ángulos correspondientes que éstas determinan son congruentes, entonces las rectas *d* y *d’* son paralelas[10].

Institucionalización: Propiedad. Si ΔABC ~ ΔAEF, E∈ $\overline{AB}$ y F∈ $\overline{AC}$, entonces $\overline{BC} \,||\, \overline{EF}$.

1. Se plantea el siguiente reto a los estudiantes: *Ya han trazado muchos triángulos semejantes. Los reto a construir un triángulo semejante al otro que ya han trazado, pero el más grande que puedan sobre este otro papel mantequilla.*

Se espera que los estudiantes tomen un lado y construyan un triángulo semejante, sin utilizar el que ya han trazado en la otra hoja. Posteriormente la configuración de Tales entra en juego y la emplean para ir agrandando el triángulo. Debe surgir la discusión sobre ¿qué es agrandar?; así como el hecho de que los tres lados se agrandan al mismo tiempo.

Se comparan los triángulos construidos entre los compañeros de cada grupo, escogiendo el más grande. Y luego entre los triángulos seleccionados por grupo. Es

---

[10] Para nuestro sistema educativo, debería contemplarse modificar este tipo de tarea, ya que a diferencia del sistema francés, el nuestro no procura formar a los alumnos en una dimensión demostrativa que evoluciona desde sexto grado hasta el último año de la secundaria.

importante que se evidencie la estrategia ganadora del reto, como aquella que emplea la configuración de Tales para la construcción y comparación.

Asignación de tarea: Sea ∆EFG y una recta paralela a $\overline{FG}$ que corta $\overline{EF}$ en P y $\overline{EG}$ en R. ¿Podemos afirmar que ∆EFG ~ ∆EPR? Demuestre su respuesta.

Tercera etapa

Corrección de la tarea: se utiliza el teorema sobre las paralelas y ángulos correspondientes: si dos rectas *d* y *d’* son paralelas, los ángulos correspondientes que ellas determinan con una secante común son iguales.

Institucionalización: Si en un ∆EFG, una recta paralela a $\overline{FG}$ corta los lados $\overline{EF}$ en P y $\overline{EG}$ en P y R respectivamente, entonces ∆EFG ~ ∆EPR son semejantes.

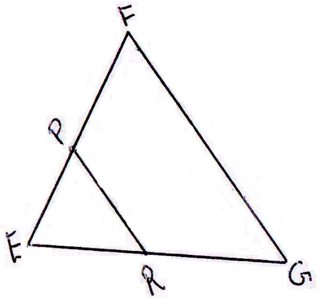


Figura 5: Construcción para tarea 2

Luego de oficializar el resultado anterior, el docente deberá llevar trazado en una cartulina suficientemente grande, un triángulo. El objetivo de la actividad es no utilizar más las facilidades que proporcionaba el calcar, sino el modelo matemático de “triángulos semejantes” para predecir resultados.

1. El profesor indica: yo también fabriqué un triángulo con las mismas condiciones que ustedes siguieron la clase pasada: ∆ABC tal que m∠A=43° y m∠B=115°. Vean que efectivamente es un triángulo semejante al de ustedes – los estudiantes pueden verificarlo. Escogí el lado AC para que midiera 60cm, ¿podrían encontrar, desde sus escritorios, cuánto mide cada uno de los otros dos lados?

Se espera que los estudiantes utilicen los triángulos semejantes que tienen trazados o que tracen otros para indagar las propiedades esperadas para encontrar la respuesta. Conjetura esperadas:

- Agregar la misma longitud a todos los lados: a partir de un triángulo ya construido, se calcula la diferencia entre AC y 60cm, luego se suma a los otros dos lados. Este método sobrevive poco tiempo en el grupo, ya que la idea de proporcionalidad surge rápidamente.
- Los que utilizan triángulos ya construidos encuentran en general un coeficiente racional. Algunos sugieren construir otro triángulo *ad hoc* de manera que el coeficiente sea entero.

- Un posible error: los alumnos podrían equivocarse de lado, comparando AB y AC por ejemplo. Se percatarán de la equivocación en el momento de corregir todos juntos los resultados.

Discusión con toda la clase: escribir en una tabla en la pizarra las longitudes de los lados de los triángulos ABC, indicando el coeficiente de proporcionalidad en un y en otro sentido (por ejemplo, multiplicar por 1/10 para pasar del grande al pequeño y, por 10 para pasar del pequeño al grande, ver Figura 6). Durante la discusión, varios grupos encuentran los mismos resultados, aun considerando coeficientes diferentes; por lo que el método es aceptado por la clase.

AC	AB	BC
60cm		
6cm		
10cm		

Figura 6:
Medidas de lados de ∆ABC

Conjetura: Si dos triángulos son semejantes, las longitudes de sus lados son proporcionales. En particular, para ∆ABC y ∆AEF en la configuración adjunta, las longitudes AB y AE, AC y AF, BC y EF son proporcionales. Hasta aquí exponemos el REI diseñado.

La descripción original del REI se presenta en cinco etapas; sin embargo, y considerando disposiciones de espacio, el esbozo de las tres etapas mencionadas ilustra con claridad el tipo de interacciones que se cuenta establecer al favorecer estas dinámicas.

Como lo indicamos anteriormente, la última sección tiene como fin presentar AEI que hemos formulado con estudiantes de octavo y noveno año. Tales actividades no han sido desarrolladas enteramente en clase como una secuencia de preguntas, como lo observamos en el ejemplo anterior, sino como proyectos para los cuales los estudiantes cuentan con al menos cuatro semanas de tiempo para su desarrollo. El objetivo central es reactivar una "razón de ser" de los contenidos matemáticos que se estudian, al ser usuarios de los mismos en la solución de problemas.

4. ASPECTOS DE LOS AEI: DESARROLLOS EN COSTA RICA

En esta sección mostramos algunos ejemplos del tipo de actividades que hemos desarrollado en estadística y geometría. Consideramos importante resaltar que nuestros esfuerzos se han dirigido más que todo en el desarrollo de proyectos aplicando contenidos matemáticos a la vida cotidiana. Sin embargo, este año se ha buscado la implementación de un REI ya construido, procurando el estudio de su factibilidad en nuestro sistema educativo. En este apartado nos limitaremos a exponer ejemplos de las actividades implementadas.

4.1 Aplicaciones de la matemática en una pequeña empresa lechera

En 2009, comenzamos esta iniciativa en octavo año con la idea de implementar algunas herramientas matemáticas para la realización de ejercicios de la vida cotidiana de una pequeña empresa lechera. Dado que la estadística trata del “desarrollo y aplicación de métodos eficientes de recolección, procesamiento, análisis e interpretación de datos numéricos” (Trejos & Moya, 2000, p. 7), buscamos a su vez crear un ambiente educativo favorable para que el estudiante implemente los aprendizajes en términos de, justamente, recolección, procesamiento, análisis e interpretación de la información.

Algunos de los problemas propuestos a los estudiantes fueron los siguientes[11]:

B1. PRECIO DE COMPRA DE LECHE

Considere la información sobre la cantidad de kilos de leche producida y su costo de compra indicado en las hojas de “reporte semanal” que entrega la Cooperativa Dos Pinos (ver anexo 3: Detalle de la entrega), para determinar el promedio del precio de un kilo de leche. Llamemos *l* a ese valor en colones. Determine el valor de *l*. Debe presentar los cálculos realizados en hojas electrónicas (excel), tanto de forma escrita en el trabajo, como en un archivo “.xls”.

Ejemplos de soluciones presentadas por los estudiantes:

Precio de compra de leche

semana	Precio	kilos de leche	1 kilo de leche
4	965545,7	3630	266
5	979547,05	3670,85	267
6	976668,75	3705,35	264
promedio			265

La lecheria produce en la semana cuatro 3 630 kg de leche y esa cantidad de leche fue vendida por ¢965 545,70. La lecheria en la semana cinco produjo 3 670,85 kg de leche y esa cantidad de leche fue vendida por ¢979 547,05. En la semana seis la lechería produjo 3 705,25 kg de leche y fueron vendidos por ¢976 668,75. Para sacar el promedio del precio de un kilo de leche procedimos a sumar los kilo de leche de las tres semanas y los precios totales de la venta de la leche, posteriormente con esos resultados procedimos a dividir la sumatoria de los precios entre la sumatoria de los kilos. Esto sería igual a lo siguiente:

A = sumatoria de kilos de leche=11006,1

B = sumatoria de total de venta de leche=2921761,5

B/ A = precio promedio de leche por kilo=265,46

Según los datos sobre la cantidad de kilos de leche producida y su costo de compra, brindados en el anexo 3, se puede determinar el promedio de un kilo de leche. El rubro de leche suscrita brinda el dato total semanal y el rubro del valor total de leche brinda el costo del producto. Para sacar el costo por kilo se realizaron los siguientes cálculos:

	Costo	Total de Litros
Sem 22	1090841,1	4056,5
Sem 23	1076916,3	4005,5
Sem 24	1041305,2	3964,3
Total	3209062,6	12026,3

Total de Litros	12026,3
Costo	3209062,6
Costo por unidad	266,84

---

[11] A los estudiantes se les solicitó entregar el trabajo en digital, por lo que los extractos presentados para ilustrar la resolución de los problemas son tomados tal y como los alumnos los presentaron.

B7. CONTEXTURA DE TERNER@S

Se acostumbra medir la longitud del 'tórax superior' del ganado y utilizar una tabla de conversión, por raza del animal, para estimar el peso del mismo. Encuentre la medida en centímetros de dicha parte de los terneros y terneras de la finca (animales menores de 4 meses). Construya una tabla mostrando la información. Indique el nombre del ternero (¡bautícelo!), la raza y el número de la madre. Construya un gráfico de bastones presentando los datos (longitud vrs número de ternero). Determine las medidas de tendencia central (promedio, mediana, moda) de dichas longitudes para los animales que tienen menos de dos meses de nacido.

Figura 7: Estudiantes en recolección de datos problema B7

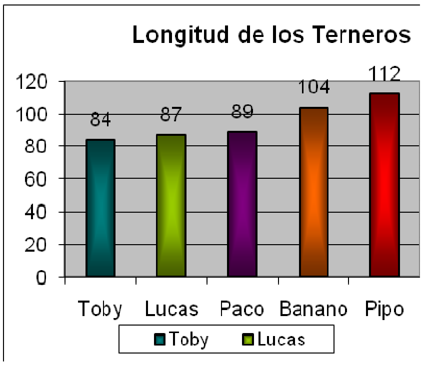
Ejemplos de soluciones presentadas por los estudiantes:

número terneros	# de la madre	longitud del tórax superior
74	desconocida	89 cm
151	desconocida	1.11 cm
164	47	1.01 cm
165	43	50 cm
166	52	95 cm
168	14	93 cm
169	7	99 cm
170	24	87 cm
171	40	81 cm

El material utilizado para medir a los terneros fue la cinta métrica. Uno de los trabajadores nos explico cómo poder medir a la vaca; en otras palabras como acomodar a la vaca para poder medirla. Para poder medir a todos los terneros no dividimos; tres personas teníamos una cinta métrica cada uno, los otros 2 ayudaban a levantar los terneros para poder sacar las medidas. Una vez sacadas, se apuntaba el número de él ternero con su respectiva medida. Después tuvimos que buscar el número de la madre de cada uno de los terneros. Con estos datos recogidos se construyó una tabla mostrando la información como se mostro anteriormente.

Para resolver este problema, antes de ir a la finca, construimos una tabla en la cual vienen los espacios para completar con el nombre que uno le puso a los terneros menores de cuatro meses, otro espacio para poner la raza según sus características, y otro para poner su numero.

Luego les medimos el tórax superior y lo apuntamos en el cuadro también. Después, fuimos a la oficina a buscar la ficha de cada uno de los terneros porque ahí dice el número de la madre, y los apuntamos en el cuadro. Por ultimo, nos reunimos para construir un grafico de bastones con los datos recolectados, y determinamos las medidas de tendencia central de la longitud de los animales que tienen menos de dos meses de edad.



B6. ETAPAS DE UNA PRODUCTORA

Muestre en un gráfico circular el porcentaje de tiempo (utilice como unidad de medida el día) que duró la vaca número _____ en cada una de las siguientes etapas:

1: útero de la mamá
2: ternera lactante
3: ternera no lactante o novilla vacía
(estimar con tabla disponible en la finca)
4: novilla cargada
5: productora vacía
6: productora cargada

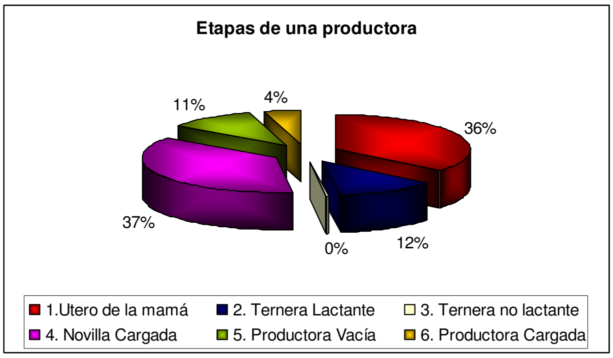
¿Cuánto se demora esa vaca del aparto número ______ (sector norte de la finca, ver anexo 4: Croquis del sector norte de la finca) al tanque de agua situado al lado del aparto 21? Asuma una velocidad constante. Determine el peso aproximado de esa vaca. Describa qué tipo de vaca es (mencione además la madre: número, raza, números de partos) y cuáles beneficios aporta según su raza. Determine el área y el perímetro del aparto anterior y del aparto consecutivo a ese.

Figura 8: Estudiantes en recolección de datos problema B6

Ejemplos de soluciones presentadas por los estudiantes:

Etapas Vaca 90

1.Utero de la mamá	275	35.9%
2. Ternera Lactante	92	12%
3. Ternera no lactante	1	0.13%
4. Novilla Cargada	283	36.9%
5. Productora Vacía	81	10.43%
6. Productora Cargada	34	4.43%
Total	766	100%



Se realizaron los siguientes cálculos para determinar el tiempo que dura la vaca 090 del aparta 18 al tanque de agua:

Tiempo que dura tomando agua: 50 seg.
Tiempo que dura caminando 10 mts: 13 seg.
Distancia Total: 810 mts
Tiempo Total: 81 x 13: 1053 segundos +50 segundos: 1103 segundos

Velocidad: Distancia/Tiempo
Velocidad: 810mts/1103seg.
Velocidad: 0.73m/s
La velocidad de la vaca es de 0.73 m/s
La vaca dura caminando 1103 segundos, eso equivale a 18.38 minutos.

Una de las inquietudes que llega a los docentes al asignar este tipo de trabajos es el grado de participación de los estudiantes en la elaboración del documento escrito. Para tal fin, se designó un porcentaje de evaluación a una exposición oral, indicando de antemano que se buscaba verificar que ellos fueran los autores del trabajo.

4.2 Aplicaciones de la matemática en construcción y decoración

En junio 2010 asignamos este proyecto a dos secciones de noveno año. Actualmente, los estudiantes se encuentran indagando las preguntas planteadas, por lo que todavía no contamos con sus producciones. Por tal razón únicamente mostramos dos de los problemas propuestos.

P1. VARILLA EN GIMNASIOS

Al ingresar al interior de un gimnasio como el del colegio, se aprecia en la mayoría de ellos dos varillas cruzadas frente a las paredes de los mismos.

Figura 9: Pared del gimnasio sobre el cual trata el problema P1

Investigue qué función tienen dichas varillas. ¿Qué longitud tiene una de esas varillas? Es posible responder a la pregunta anterior sin realizar alguna estimación de algún dato? ¿Cuál es la mínima cantidad de estimaciones – dar una aproximación de una longitud – que se pueden realizar para determinar la longitud de la varilla? Determine de **TRES** formas distintas la longitud de la varilla. ¿En qué costo debe incurrir el colegio, considerando únicamente el material, si se desean cambiar todas las varillas del gimnasio? Realice al menos **TRES** cotizaciones y presente en una tabla estos resultados de costo por lugar.

Es importante señalar que el proyecto fue asignado la tercera semana de junio del presente año. A este punto, los alumnos no han estudiado el teorema de Pitágoras. Por el contrario, uno de los objetivos del trabajo es que éstos indaguen por su cuenta de qué trata dicho teorema y que sean capaces de exponerlo y ejemplificarlo.

P.2.1 CABLES PARA ACTIVIDAD ESPECIAL

Supongamos que se desea decorar el gimnasio para una actividad especial que se llevará a cabo. Con este fin, se dispone en el centro de la cancha de basket – centro de la circunferencia central – un poste de cinco metros de alto. De la cima de dicho poste, se colgarán cuatro cables: un extremo en la cima y el otro extremo en cada esquina de la cancha. ¿Cuánto cable debe comprarse si éstos se colocan lo más tensos posibles? ¿Qué material sugiere usted, procurando que al menos tenga un cuarto de pulgada de grosor? (compare al menos tres materiales) ¿A cuánto se eleva la inversión de comprar dicho cable? Realice al menos **TRES** cotizaciones y presente en una tabla estos resultados.

Si consideramos la circunferencia central de la cancha, es posible determinar el centro de la misma partiendo a la mitad el diámetro; así el punto medio del diámetro, será el centro buscado y el lugar donde debe situarse el poste. Suponga que usted no cuenta con esa información; es decir, únicamente tiene la circunferencia central sin el diámetro… determine de **DOS** formas distintas dónde colocar el poste (en otras palabras, determine el centro de la circunferencia).

Figura 10: Circunferencia central del gimnasio

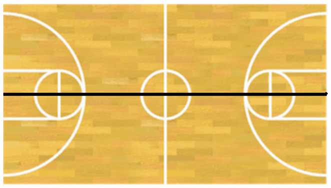


Figura 11: Cancha bisecada en su ancho

P.2.2 PREGUNTA OPTATIVA

Según el contexto descrito en el problema P.2.1, determine a qué altura del segmento que biseca la cancha a lo ancho, debe colocarse el poste para que la longitud de cada cable tenso a la derecha, sea el doble de la longitud de cada cable del otro lado.

Considerando los procesos de investigación formales –o aspectos de éstos– demandados hoy en día a nivel universitario, seguimos solicitando a los estudiantes una descripción de las estrategias de recolección de la información: ¿qué hicieron para recolectar los datos que necesitaban del gimnasio? Además, este año se incluyó la elaboración de un referente conceptual en donde se espera la exposición, ilustración y ejemplificación de los contenidos matemáticos empleados en la resolución de los problemas: teorema de Pitágoras, criterios de semejanza de triángulos, rectas notables, propiedades de circunferencia y rectas tangentes.

5. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Está claro que resta gran investigación sobre las condiciones de nuestro sistema educativo, cómo mejorarlas por ejemplo, para poder desarrollar más y mejores actividades de investigación en torno a las matemáticas. Más aún, cómo desarrollar un proceso evolutivo que fomente no solo – y de hecho no tanto – actividades aisladas o esporádicas de investigación, sino una tónica continua en las clases, que nos lleve a la modelización de fenómenos, a la resolución de problemas y principalmente, a la formulación y comprobación de “conjeturas, refutaciones o pruebas” de proposiciones establecidas mediante la observación y el análisis.

Con esta presentación hemos buscado comunicar esfuerzos realizados en torno a cómo devolver “razones de ser” o funcionalidad a los contenidos matemáticos que se estudian en secundaria. Sin lugar a duda, sabemos que no somos pioneros en la labor, por lo que nos unimos a los colegas que trabajan en esta línea con la intensión de compartir material, ideas y discusiones que permitan, en un futuro, establecer líneas más transparentes sobre un camino fiable a seguir.

6. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Barquero, B., Bosch, M. y Gascón, J. (2010). Ecología de la modelización matemática: los recorridos de estudio e investigación. Pre-actas del *III Congreso Internacional sobre la Teoría Antropológica de lo didáctico*. Cataluña, España.

Brousseau, G (1986). Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques, *Recherches en didactique des mathématiques*, 7 (2), 33 – 115.

Chevallard, Y. (2004). Vers une didactique de la codisciplinarité. Notes sur une nouvelle épistémologie scolaire. *Texto preparado para una comunicación en «Journées de didactique comparée».* Lyon, 3-4 mayo de 2004.

Chevallard, Y. (2006). Steps towards a new epistemology in mathematics education. Conferencia plenaria de apertura del 4º congreso de la *European Society for Research in Mathematics Education* (CERME 4), Sant Feliu de Guíxols, 17-21 de Febrero de 2005. Publicado en los *Proceedings of the Fourth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education*, Universitat Ramon Llull, Barcelona, 2006, 21-30.

Fonseca, C., Pereira, A. y Casas, J.M. (2010). Los REI en la creación de secuencias de enseñanza aprendizaje. Pre-actas del *III Congreso Internacional sobre la Teoría Antropológica de lo didáctico*. Cataluña, España.

Matheron, Y. & Noirfalise, R. (2007). Une recherche de la Comission inter-IREM (CII) didactique soutenue par l'INRP : « Dynamiser l'étude des mathématiques dans l'enseignement secondaire (collège ou lycée) par la mise en place d'AER et de PER. Pre-actes du *IIe Congrès International sur la Théorie Anthropologique du diactique*. Usèz, Francia.

Trejos, J. y Moya, E. (2000). *Introducción a la Estadística Descriptiva*. San José: Sello Latino.

(CD)AMPERES: Conception et Diffusion d'Activités Mathématiques et de Parcours d'Etude et de Recherche dans l'Enseignement Secondaire. Disponible en: http://educmath.inrp.fr/Educmath/ressources/documents/cdamperes/

AMPÈRES (2007). *"Dynamiser l'étude des mathématiques dans l'enseignement secondaire par la mise en place d'AER et de PER" Pre-reporte INRP*. Francia.